ACADEMIA CÉSAR VALLEJO

CUARTO SIMULACRO DE MATEMÁTICAS

Semestral UNI - 2023 II

Aritmética

1. En una reunión social, en un determinado momento, se observó que había 20 hombres menos sin bailar que mujeres sin bailar. Si el número de mujeres que bailan es la mitad del número de hombres que no bailan y además el número de personas presentes fue de 140, calcule cuántas mujeres sin bailar había en ese momento.

A) 20 B) 40 C) 60
D) 80 E) 100

2. ¿De cuántas maneras pudo haber estudiado Xiomara durante una semana (lunes a viernes) si estudio en total 20 horas, y además, estudio por lo menos 2 horas diarios?

A) 924 B) 1001 C) 26
D) 168 E) 182

3. En una proporción cuyos términos y razón son números naturales, la suma de sus términos es 253. Si uno de los consecuentes es divisible por 10, ¿cuántas proporciones cumplen dicha condición?

A) 2 B) 3 C) 4
D) 6 E) 8

4. Se tienen 3 recipientes de igual capacidad, tal que el primero está lleno de vino, el segundo tiene solo agua hasta la 5/12 parte y el tercero contiene solo vino hasta la 1/20 parte de su capacidad. Se pasa m litros del primer al segundo recipiente y luego n litros del segundo al tercero, quedando los volúmenes en la relación de 15; 11 y 18 respectivamente. ¿En qué relación se encuentra al final los volúmenes de agua y vino en el tercer recipiente?

A) 2/3 B) 4/5 C) 5/7
D) 3/8 E) 5/9

5. Mery, Nidia y Patricia se reparten un premio en parte proporcionales a 4; 5 y 6. Luego juegan dos partidos de cartas entre ellas; en la primera partida Patricia pierde S/a quedando sus dineros en la relación de 6; 7 y 5 respectivamente y en la segunda partida Mery perdió S/b y Patricia perdió S/c, quedando sus dineros finalmente en la relación de 3; 5 y 2 respectivamente.
Si $a+b+c=840$, determine la cantidad de dinero con que se quedó Nidia al final de la segunda partida.

A) S/1600 B) S/1750 C) S/1800
D) S/1840 E) S/2100

6. Si N está formado por $\overline{abc}$ cifras iguales a 2 seguidos de $\overline{cba}$ cifras iguales a 5. Si $\overline{abc}$ y $\overline{cba}$ son divisibles por 11 y 75 respectivamente, halle el residuo que se obtiene al dividir N entre 7.

A) 1 B) 2 C) 3
D) 4 E) 5

7. Luis tiene 3 terrenos de forma de triángulo equilátero cuyos perímetros son 1440, 720 y 576 metros respectivamente. Los 3 se van a cercar con la menor cantidad de estacas posibles, separadas entre sí una misma cantidad entera de metros. ¿Cuántas estacas necesitará René, si debe haber una estaca en cada vértice y la separación entre estacas debe estar comprendida entre 20 y 30 metros?

A) 38 B) 57 C) 84
D) 114 E) 120

8. Si la cantidad de divisores del numeral $\overline{22abc6d0}$ es impar, halle la suma de valores de $a+b+c+d$.

A) 22 B) 32 C) 33
D) 34 E) 35

9. Indique la alternativa correcta después de determinar si la proposición es verdadera (V) o falsa (F).
I. La operación de adición cumple con la Ley de clausura en el conjunto de los números irracionales.
II. $R\setminus Q$ es denso en $\mathbb{R}$.
III. Si los lados de un rectángulo son números irracionales, entonces su área es un número irracional.

A) VVF B) FFF C) FVF
D) VFF E) FVV

10. Se incrementa el costo de un producto en $a\%$ para su venta al público y al efectuar la venta se efectúan 2 descuentos sucesivos del $a\%$ y $b\%$. Si en la venta no se gana ni se pierde, halle b.

A) $\dfrac{a^2}{a^2-100}$ B) $\dfrac{a^2}{a^2+100}$ C) $\dfrac{100a^2}{100^2-a^2}$

D) $\dfrac{100a^2}{a^2-100^2}$ E) $\dfrac{10a}{a-100}$

Álgebra

11. Al dividir el polinomio $P_{(x)}$ entre $(x-3)$ y $(x+1)$ los restos son 6 y -2 respectivamente. Determine el residuo que se obtiene al dividir el polinomio $(x^2-2x+1)P_{(x)}$ entre (x^2-2x-3).

A) $R_{(x)}=8x$ B) $R_{(x)}=8x-2$ C) $R_{(x)}=8x-1$
D) $R_{(x)}=8x+2$ E) $R_{(x)}=8$

12. Se define el conjunto

$M=\{(z+\overline{3-2i})\in\mathbb{C}/|z-1-i|=2\}$

Si $w\in M$, halle Mín$(|w|)$.

A) 5 B) 1 C) 2
D) $\sqrt{3}$ E) 3

13. Si $\{\alpha+1;\ \alpha-1;\ 2\}$ es el conjunto solución de la siguiente ecuación.

$x^3-mx^2+(3m+1)x-3m=0$

entonces el valor de $\alpha+m$ es:

A) 12 B) 8 C) 14
D) 17 E) 11

14. Sea $P_{(x)}$ un polinomio de coeficientes racionales de menor grado posible, de raíces $(1+\sqrt{3})$ y $(1-2i)$.

Si $P_{(x)}$ es un polinomio mónico determine la suma del término independiente y la suma de coeficientes del polinomio $P_{(x)}$.

A) -36 B) 30 C) -22
D) 40 E) 24

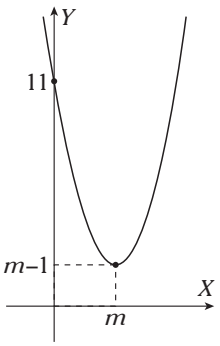
15. Determine el conjuntos solución de la siguiente inecuación.

$$\frac{x}{x+2}\leq\frac{24}{x^2-4}$$

e indique la cantidad de elementos enteras de dicho conjunto.

A) 6 B) 10 C) 8
D) 4 E) 9

16. Dada la gráfica de la función cuadrática f, halle el valor de m sabiendo que $f(x)$ es un polinomio mónico.



A) 2 B) 9/4 C) 7/2
D) 5/2 E) 3

17. Sea la función f definida como sigue

$$f(x)=\frac{3}{6x-1};\ x<0$$

Halle la inversa de f.

A) $f^*(x)=\dfrac{x+3}{6x};\ x\in\langle-3;\ 0\rangle$

B) $f^*(x)=\dfrac{x-3}{6x};\ x\in\langle-3;\ 0\rangle$

C) $f^*(x)=\dfrac{x+6}{3x};\ x\in\langle-3;\ 0\rangle$

D) $f^*(x)=\dfrac{x+6}{3x};\ x\in\langle-3;\ -1\rangle$

E) $f^*(x)=\dfrac{x+3}{6x};\ x\in\langle-3;\ -1\rangle$

18. Resuelva la siguiente inecuación

$\sqrt{\|x-2\|-1}<3$

A) $[-8;\ 1]\cup[3;\ +\infty\rangle$
B) $[-8;\ 1]$
C) $[-3;\ -2]\cup[6;\ +\infty\rangle$
D) $\langle-8;\ 1]\cup[3;\ 12\rangle$
E) $[3;\ +\infty\rangle$

19. Al resolver la inecuación $x^2-10x+25\leq0$ se obtiene CS$=\{k\}$. Si la sucesión $a_n=\dfrac{(b+1)n+3}{2n+1}$ converge al valor de $\dfrac{1}{k}$, halle b.

A) -3 B) $-\dfrac{3}{5}$ C) -2
D) 4 E) $\dfrac{3}{5}$

20. En la siguiente ecuación matricial

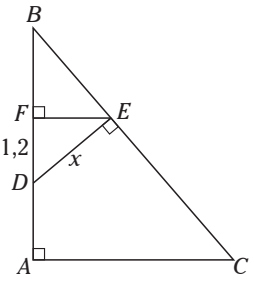
$$3X-\begin{bmatrix}1 & 3\\ 2 & -1\end{bmatrix}^2=\begin{bmatrix}2 & 6\\ -3 & -1\end{bmatrix}$$

calcule la suma de los elementos de la matriz X.

A) 8 B) 6 C) 7
D) 11 E) 13

Geometría

21. Del gráfico $AB=4$ y $BC=5$, calcule x.



A) 1 B) 2,5 C) 2
D) 3 E) 1,5

22. Uniendo los puntos medios de los lados de un hexágono regular de perímetro P, se obtiene otro hexágono regular de perímetro Q, calcule $\frac{P}{Q}$.

A) $\frac{1}{2}$ B) $\frac{2\sqrt{3}}{3}$ C) 1
D) $\frac{\sqrt{3}}{2}$ E) $\sqrt{3}$

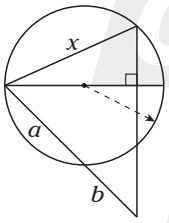
23. Se tienen dos circunferencias de radios R y r, $R>r$, tangentes exteriormente. Si las tangentes comunes forman un ángulo de 60°, calcule $\frac{r}{R}$.

A) $\frac{1}{4}$ B) $\frac{1}{2}$ C) $\frac{1}{3}$
D) $\frac{2}{5}$ E) $\frac{1}{5}$

24. En un triángulo ABC, $AB=6$, $BC=8$ y $AC=7$. Calcule la longitud de la bisectriz interior BD.

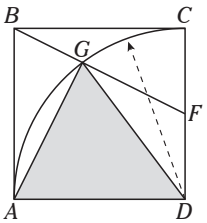
A) 7,5 B) 5,5 C) 6,5
D) 7 E) 6

25. Del gráfico calcule x.



A) $\sqrt{ab}$ B) $\frac{a+b}{2}$ C) $\sqrt{(a+b)a}$
D) $2\sqrt{ab}$ E) $\sqrt{(a+b)b}$

26. Del gráfico $ABCD$ es un cuadrado. Si F es punto medio de CD y $BG=1$, calcule el área de la región sombreada.



A) 1 B) 2 C) 2,5
D) 3 E) 4

27. En un cono de revolución la altura es cuatro veces el radio de la esfera inscrita en dicho cono. Si la generatriz del cono mide a, calcule el área de la superficie lateral del cono.

A) $\frac{\pi a^3}{3}$ B) $\frac{\pi a^2\sqrt{3}}{2}$ C) $\frac{\pi a^2\sqrt{2}}{3}$
D) $\frac{\pi a^2}{2}$ E) $\frac{\pi a^2}{4}$

28. En un rectoedro de dimensiones enteras consecutivas y de diagonal $5\sqrt{2}$, calcule su volumen.

A) 55 B) 65 C) 70
D) 60 E) 75

29. Se tiene una pirámide V-$ABCD$, tal que $ABCD$ es un paralelogramo cuyas diagonales miden $AC=10$ y $BD=8$, calcule $E=(VA)^2+(VC)^2-(VB)^2-(VD)^2$.

A) 24 B) 20 C) 28
D) 16 E) 18

30. Se tiene un vaso en forma de cilindro recto, que tiene como altura el doble del diámetro de la base. Si el vaso esta inicialmente lleno de agua, y comienza a inclinarse hasta derramar la mitad de su contenido, formando un ángulo entre el eje del cilindro y la horizontal, entonces el valor de la tangente de dicho ángulo es

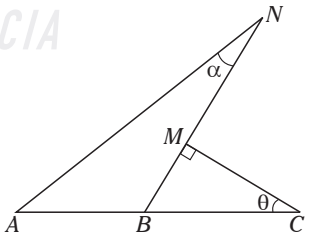
A) 0,44 B) 0,46 C) 0,48
D) 0,5 E) 0,52

Trigonometría

31. En un sector circular de ángulo central (2θ), se inscribe un cuadrado cuya área es la mitad del área del sector circular, calcule $\theta[2+\cot(\theta)]^2+\theta$.

A) 10 B) 8 C) 6
D) 4 E) 2

32. En la figura mostrada, $BC=2AB$ y $BM=MN$. Calcule $\tan(\alpha)$.



A) $\frac{1}{4}\tan(\theta)$ B) $0{,}5\tan(\theta)$ C) $\frac{1}{5}\cot(\theta)$
D) $\frac{1}{4}\cot(\theta)$ E) $5\tan(\theta)$

33. Si α y β son las medidas de dos ángulos coterminales, tales que: $\cos(\alpha)=-\frac{15}{17}$ y $\csc(\beta)>\cot(\beta)$. Calcule $17\text{sen}(\alpha)+15\tan(\beta)$.

A) -8 B) 5 C) -5
D) 8 E) 0

34. Calcule el máximo valor entero de $\tan(x-45°)$ si $x\in\langle 135°; 180°\rangle$.

A) -3 B) -2 C) -1
D) 0 E) 1

ACADEMIA CÉSAR VALLEJO CREEMOS EN LA EXIGENCIA

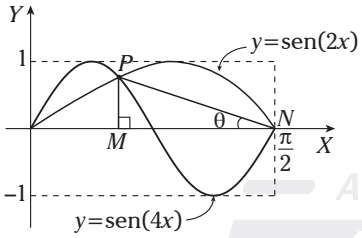
35. Si $\alpha+\theta+\phi=\pi$, además; $2\tan(\alpha)=\tan(\theta)+\tan(\phi)$.
Calcule $E=\dfrac{\cos(\theta+\phi)}{\cos(\theta-\phi)}$.

A) -2 B) -1 C) $-\dfrac{1}{2}$
D) $\dfrac{1}{2}$ E) 2

36. Al determinar el dominio de la función f, definida por
$f(x)=\sqrt{\cos\left(\dfrac{\pi x}{2}\right)-\dfrac{9x^2}{8}}$
se obtiene $[a, b]$. Determine $\dfrac{a}{b}$.

A) -2 B) -1 C) 0
D) 1 E) 2

37. Del gráfico mostrado, calcule $\dfrac{2}{3}\cdot\tan(\theta)$.



A) $\dfrac{\sqrt{3}}{\pi}$ B) $\dfrac{\sqrt{2}}{\pi}$ C) $\sqrt{3}\pi$
D) $\dfrac{\sqrt{3}}{2\pi}$ E) $\dfrac{2}{\pi}$

38. Si el área de un triángulo es 160 m^2 y el radio de la circunferencia que lo circunscribe mide 10 m, entonces: $E=\text{sen}A\,\text{sen}B\,\text{sen}C$ vale:

A) 0,1 B) 0,2 C) 0,3
D) 0,5 E) 0,8

39. Determine el rango de la función f definida por:
$f(x)=9\text{arccot}^2(|x|)-6\pi\text{arccot}(|x|)$

A) $\langle -\pi^2; 0\rangle$

B) $[-\pi^2; 0\rangle$

C) $\left\langle -\pi^2; \dfrac{\pi^2}{2}\right\rangle$

D) $\left[-\pi^2; \dfrac{\pi^2}{2}\right\rangle$

E) $\left\langle -\dfrac{\pi^2}{2}; \dfrac{\pi^2}{2}\right]$

40. Calcule el área (en u^2) de la región cuadrangular cuyos vértices son los focos y los extremos del eje menor de la elipse $5x^2+y^2=5$.

A) 2 B) 3 C) 4
D) 5 E) 6

ACADEMIA CÉSAR VALLEJO
CREEMOS EN LA EXIGENCIA